1. задатак (20)

а)
Комбинујући израз за електромагнетски момент:

$$M_{em} = k_m \cdot \Phi_p \cdot I_a$$

и једначину напонског баланса за описани мотор:

$$U = k_e \cdot \Phi_p \cdot \Omega_m + R_a \cdot I_a$$

добија се израз за механичку карактеристику мотора:

$$M_{em} = \frac{k_m \cdot \Phi_p \cdot U}{R_a} - \frac{k_e \cdot k_m \cdot \Phi_p^2}{R_a} \cdot \Omega_m.$$

Заменом нумеричких података наведених у задатку добија се израз за механичку карактеристику овог мотора при номиналном напајању:

$$M_{em}\left[Nm\right] = 60 - 0.2 \cdot \Omega_m \left[\frac{rad}{s}\right]$$

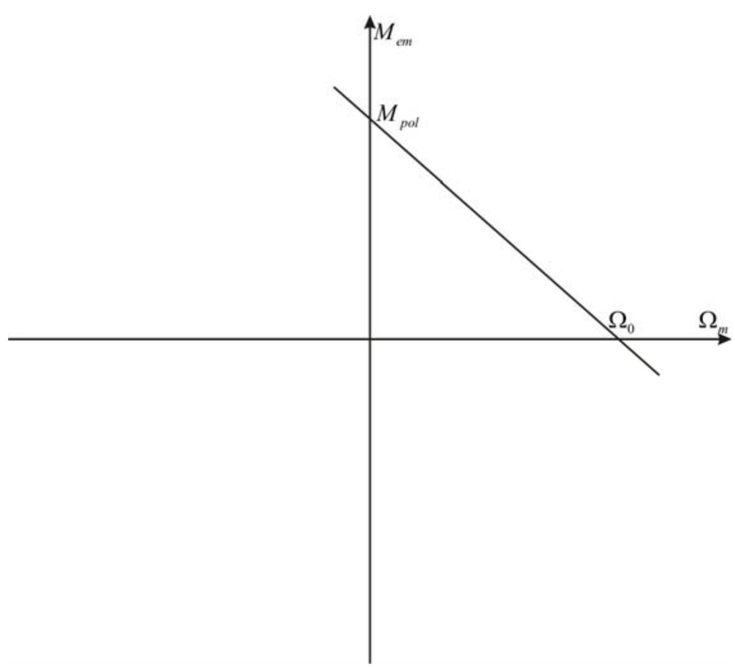
На основу претходног израза се одређује полазни момент што представља момент при нултој вредности роторске брзине:

$$M_{pol} = M_{em}\left(\Omega_m = 0\right) = 60Nm.$$

Такође се може одредити и брзина идеалног празног хода као вредност роторске брзине при нултој вредности електромагнетског момента:

$$\Omega_o = \Omega_m\left(M_{em} = 0\right) = 300\frac{rad}{s}.$$

То се може и графички приказати:

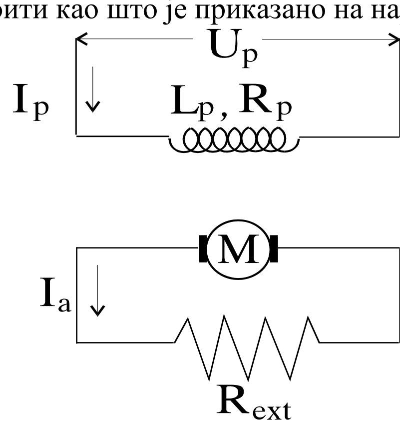


b)
У устаљеном стању електромагнетски момент машине једнак је моменту оптерећења тј. важи $M_{em} = M_{opt}$:

$$60 - 0.2 \cdot \Omega_m = 15 + 0.3 \cdot \Omega_m \Rightarrow \Omega_m = 90 \frac{rad}{s}$$

c)

Након уклањања једносмерног извора којим се напаја роторски намотај и повезивањем екстерног отпорника R_x између А и Б прикључака ротора започиње процес динамичког (отпорничко) кочење. У овом радном режиму ће шема кола бити као што је приказано на наредној слици:



Анализирајући једначину напонског баланса, уз претпоставку да је побудни напон остао непромењен, довија се израз за нову механичку карактеристику:

$$U = R_a \cdot I_a + E; \quad E = k_e \cdot \Phi_p \cdot \Omega_m; \; U = -R_e \cdot I_a$$

$$\Phi_p = \frac{L_p}{N_p} \cdot I_p = L'_p \cdot I_p; \; U_p = const; \; R_p = const \Rightarrow \; I_p = const \; \Rightarrow \; \Phi_p = const$$

$$M_{em} = k_m \cdot \Phi_p \cdot I_a \; \Rightarrow \; I_a = \frac{M_{em}}{k_m \Phi_p}$$

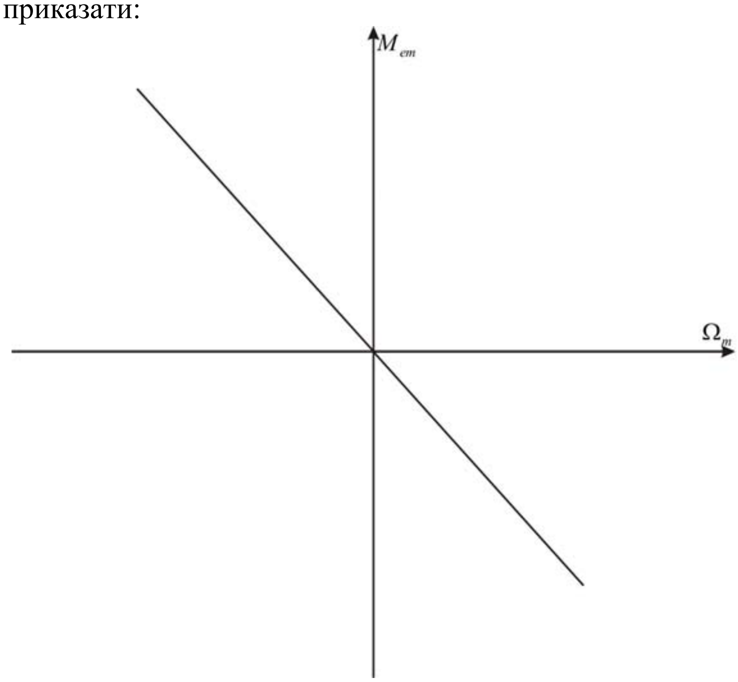
$$E = -\left(R_a + R_e\right) \cdot I_a \Rightarrow k_e \cdot \Phi_p \cdot \Omega_m = -\left(R_a + R_e\right) \cdot \frac{M_{em}}{\Phi_p \cdot I_a}$$

$$\Omega_m = -\frac{\left(R_a + R_e\right)}{k_e \cdot k_m \cdot \Phi_p^2} \cdot M_{em} = -const \cdot M_{em}$$

Заменом нумеричких вредности се добија коначни израз:

$$M_{em} = -\frac{k_e \cdot k_m \cdot \Phi_p^2}{R_a + R_e} \cdot \Omega_m = -0.02 \cdot \Omega_m$$

То се може и графички приказати:



2. задатак (20)

Енергија спрежног поља: $\boxed{W_m = L\delta R \int_0^{2\pi} w_m \, \mathrm{d}\theta}$

Густина енергије поља: $\boxed{H_r > H_\theta \Rightarrow \quad w_m = \frac{1}{2}\mu_0 \left(H_r^S + H_r^R\right)^2}$

$$\boxed{W_m = \frac{\mu_0 R^3 L}{2\delta} \int_0^{2\pi} \left(\underbrace{J_{R0}^2}_{\text{const.}} \sin^2(\theta - \theta_m) + \underbrace{J_{S0}^2}_{\text{const.}} \sin^2(\theta) + \underbrace{2 J_{R0} J_{S0}}_{f(\theta_m)} \sin(\theta - \theta_m) \sin(\theta) \right) \mathrm{d}\theta}$$

$$M_{R\to S} = +\frac{\mathrm{d}W_m}{\mathrm{d}\theta_m} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta_m}\left\{\frac{\mu_0 R^3 L\, J_{R0} J_{S0}}{\delta}\int_0^{2\pi}\sin(\theta-\theta_m)\sin(\theta)\,\mathrm{d}\theta\right\}$$

$$M_{R\to S} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta_m}\left\{\frac{\mu_0 R^3 L\, J_{R0} J_{S0}}{\delta}\pi\cos(\theta_m)\right\}$$

$$M_{S\to R} = -M_{R\to S} = -\frac{\mu_0 \pi R^3 L}{\delta} J_{R0} J_{S0}\sin(\theta_m)$$

У погледу највећег момента који се може постићи у условима када је максимална индукција ограничена на B_{MAX}, потребно је закључити да је највећа густина енергије поља која се може постићи $w_{MAX} = 0.5\ \mu_0\ B_{MAX}^2$, тако да је највећа енергија која се може акумулирати у спрежном пољу једнака $W_{MAX} = w_{MAX}\ 2\pi RL\delta$. Момент се може проценити као количник добијене енергије и једног обртаја исказаног у радијанима ($2\ \pi$).

<u>3. Задатак (20)</u>

а) Електромагнетски момент асинхроне машине једнак је количнику снаге обртног поља коју статор предаје ротору, и синхроне брзине којом се поље обрће у ваздушном зазору: $M_{em} = \dfrac{P_{ob}}{\Omega_S}$

$$P_{ob} = 3\frac{R_R}{s} I_R^2\ ,$$

$$\Omega_S = \omega_S\ ,$$

$$P_{ob} = 3\frac{R_R}{s} I_R^2,$$

$$M_{em} = \frac{3}{\omega_S}\frac{R_R}{s} I_R^2,$$

при чему I_R представља ефективну вредност роторске струје.

Уз претпоставку да је $I_R^2 \approx I_S^2$, односно да је струја магнетисања релативно мала $|\underline{I}_m| \ll |\underline{I}_S|$, статорска и роторска струја су једнаке. По услову задатка $R_S = 0$ има се :

$$\underline{I}_S \approx \frac{U_S}{\frac{R_R}{s} + j\omega_S(L_{\gamma S} + L_{\gamma R})}$$

Електромагнетски моменат има облик:

$$M_{em}(s) = \frac{3R_R}{\omega_S s}\frac{U_S^2}{\left(\frac{R_R}{s}\right)^2 + \omega_S^2\left(L_{\gamma S} + L_{\gamma R}\right)^2}$$

б) Превални момент се може одредити из израза за момент *Mem*(*s*), налажењем екстремума дате функције:

$$\frac{d}{ds}\left[M_{em}\left(s\right)\right]=\frac{d}{ds}\left[\frac{3R_R}{\omega_S s}\frac{U_S^2}{\left(\frac{R_R}{s}\right)^2+\omega_S^2\left(L_{\gamma R}+L_{\gamma R}\right)^2}\right]=0$$

Превално клизање је $s_{pr}=\pm\frac{R_R}{\omega_S L_{\gamma e}}$,

при чему је $L_{\gamma e}=L_{\gamma S}+L_{\gamma R}$ еквивалентна расипна индуктивност машине.

$$M_{pr}=\frac{3}{\omega_S}\frac{R_R}{s_{pr}}\frac{U_S^2}{\left(\frac{R_R}{s_{pr}}\right)^2+\omega_S^2\left(L_{\gamma e}\right)^2}=\frac{3}{\omega_S}\frac{U_S^2}{2\omega_S L_{\gamma e}}$$

в)

$$M_{pr}=\frac{3}{2}\frac{1}{L_{\gamma e}}\frac{U_S^2}{\omega_S^2},$$

$$M_{pr}=\frac{3}{2}\frac{1}{L_{\gamma e}}\Psi_S^2,$$

При чему је $\Psi_S=\frac{U_S}{\omega_S}$ флукс статорског намотаја при $R_S=0$.

4. Задатак (20)

Следеће једначине дају комплетан математички модел електричног подсистема асинхроне машине у синхроно ротирајућем *dq* координатном систему. Две комплексне једначине равнотеже напона у намотајима статора и ротора, изведене раније, могу се раздвојити на реални и имагинарни део, чиме се добијају четири скаларне једначине.

$$u_d=R_s i_d+\frac{d\psi_d}{dt}-\omega_s\psi_q \tag{4.68}$$

$$u_q=R_s i_q+\frac{d\psi_q}{dt}+\omega_s\psi_d \tag{4.69}$$

$$0=R_R i_D+\frac{d\psi_D}{dt}-\omega_k\psi_Q \tag{4.70}$$

$$0=R_R i_Q+\frac{d\psi_Q}{dt}+\omega_k\psi_D \tag{4.71}$$

(потребно је именовати параметре и варијабле)

У одговори на питање „Објаснити и записати везу напона u_d и u_q са напонима u_a u_b u_c.“, потребно је најпре објаснити Кларкину трансформацију, и при томе се определити за коефицијент који одговара коефицијенту у изразу за снагу, који следи доцније. Уобичакено, К = 2/3, док се код израза за снагу користи 3/2. Потом, треба навести како се примењује Паркова трансформација која даје вредности напона у синхроно ротирајућем систему.

Полазећи од израза за снагу извора $P_e = (3/2)(u_d i_d + u_q i_q)$ могуће је одредити електромагнетски моменат. Користећи једначине напонске равнотеже за статорске намотаје добија се снага извора $P_e = (3/2)(u_d i_d + u_q i_q) = (3/2)\,(R_S\, i_d^2 + R_S\, i_q^2) + (3/2)\,(\, i_d\, \mathrm{d}\Psi_d/\mathrm{d}t + i_q\, \mathrm{d}\Psi_q/\mathrm{d}t\,) + (3/2)\ \omega_S\,(\ \Psi_d\, i_q - \Psi_q\, i_d\,) = P_{cu1} + \mathrm{d}W_m/\mathrm{d}t + P_{ob}$. Сабирак P_{cu1} представља губитке у бакру статорског намотаја. Сабирак $\mathrm{d}W_m/\mathrm{d}t$ представља снагу акумулације енергије у спрежном пољу, то јест извод енергије акумулисане у спрежном пољу. Средња вредност израза $\mathrm{d}W_m/\mathrm{d}t$ мора бити једнака нули, зато што се акумулисана енергија не може непрекидно увећавати. У случају да губици у гвожђу статора P_{Fe} имају значајну вредност, требало их обрачунати скупа са $\mathrm{d}W_m/\mathrm{d}t$. Остатак снаге која долази из извора означен је са P_{ob}, зове се *снага обртног поља* и пре-

Снага P_{dq} је једнака

$$u_d i_d + u_q i_q = R_s\left(i_d^2 + i_q^2\right) + \left(\Psi'_d i_d + \Psi'_q i_q\right) + \omega_s\left(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d\right). \qquad (4.73)$$

Први сабирак на десној страни једначине је P_{cu1}, други $\mathrm{d}W_m/\mathrm{d}t$, док остатак одређује снагу обртног поља. Снага обртног поља P_{ob} оригиналне машине је

$$P_{ob} = \frac{3}{2}\omega_s\left(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d\right). \qquad (4.74)$$

акције статора и ротора, односно електромагнетски моменат $M_{em} = P_{ob}/\Omega_S$ којим статор делује на ротор.

$$M_{em} = \frac{3}{2}\, p\left(\psi_d i_q - \psi_q i_d\right) \qquad (4.75)$$

5. задатак (20)

Реална оса се може поставити тако да је колинеарна са вектором статорског напона, и тада је $\underline{U}_S = U_S$. Будући да струја заостаје за напоном, $\underline{I}_S = I_S \cos(\varphi) - j\, I_S \sin(\varphi)$. Електромоторна сила је једнака $\underline{E}_0 = \underline{U}_S - jX_S\, \underline{I}_S = U_S - X_S\, I_S \sin(\varphi) - j\, X_S I_S \cos(\varphi)$. Решење квадратне једначине $E_0^2 = (U_S - X_S\, I_S \sin(\varphi))^2 + (X_S I_S \cos(\varphi))^2$ даје $X_S = 2{,}4\ \Omega$. Електромоторна сила је једнака $\underline{E}_0 = U_S - X_S\, I_S \sin(\varphi) - j\, X_S I_S \cos(\varphi) = 392 - j1344$ V. Угао снаге је једнак $\delta = \arg(\underline{U}_S) - \arg(\underline{E}_0) = 0 - \arg(\underline{E}_0) = 1{,}287$ rad $= 73{,}74^{\circ}$.