

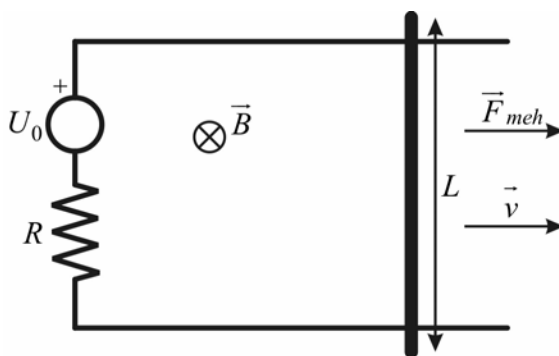
# ELEKTRIČNE MAŠINE

## Računske vežbe

### PRVI DEO

#### 1. zadatak

Na slici su prikazane dve nepokretne šine po kojima može klizati pokretni provodnik dužine  $L$ .

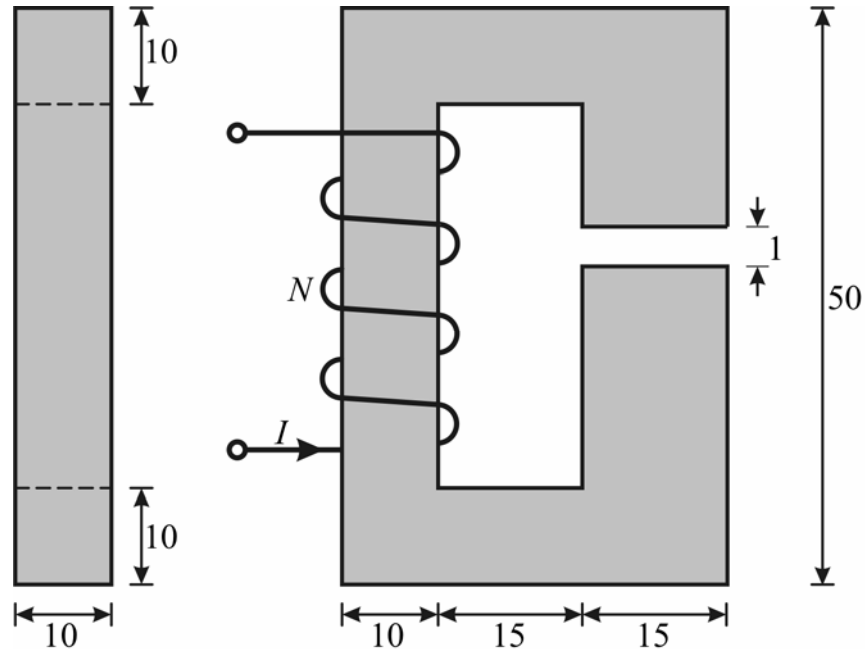


Sistem se nalazi u stranom homogenom polju magnetske indukcije  $B$ , čije su linije normalne na ravan šina. Na jednom kraju, šine su priključene na izvor stalnog napona  $U_0$ . Unutrašnja otpornost izvora je  $R$ . Otpornosti šina i provodnika su zanemarive, dok se provodnik može kretati bez trenja. Na provodnik deluje spoljašnja sila  $F_{meh}$  u pravcu i smeru koji je prikazan na slici. Ako se provodnik kreće konstantnom brzinom  $v$ , odrediti:

- Elektromotornu silu naponskog izvora  $U_0$ .
- Snagu izvora  $P_i$  i snagu električnih gubitaka u kolu,  $P_{\gamma e}$ , kao i snagu elektromehaničkog pretvaranja,  $P_{em}$ .

## 2. zadatak

Jezgro magnetskog kola prikazano je na slici. Jezgro je načinjeno od linearnog feromagnetskog materijala, konstantne relativne permeabilnosti  $\mu_r = 1000$ . Dimenzije jezgra i procepa su označene na slici, a date su u milimetrima. Na jezgru je namotano  $N=300$  navojaka, u kojima postoji struja  $I=1$  A.

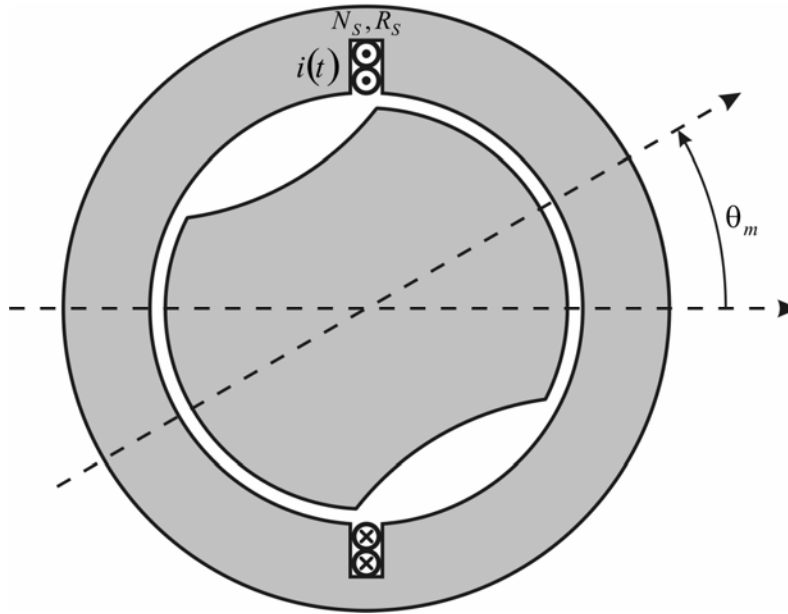


Smatrajući da je magnetsko polje u magnetskom kolu homogeno:

- Izračunati ukupnu magnetsku otpornost ovog kola,  $R_{\mu}$ .
- Za vazdušni procep, uži i širi deo magnetskog jezgra odrediti vrednost magnetske indukcije ( $B_0$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ), kao i jačinu magnetskog polja ( $H_0$ ,  $H_1$  i  $H_2$ ).
- Izračunati fluks po poprečnom preseku jezgra,  $\Phi$  i fluks namotaja,  $\Psi$ .
- Izračunati ukupnu magnetsku energiju akumulisanu u vazdušnom procepu,  $W_{m,0}$  i feromagnetskom materijalu,  $W_{m,Fe}$ .

### 3. zadatak

Na slici je prikazan poprečni presek elektromehaničkog pretvarača cilindričnog oblika koji poseduje samo jedan namotaj na nepokretnom delu (statoru). Ovaj namotaj ima  $N_S$  navojaka i njegova otpornost je  $R_S$ . Rotor ovog pretvarača je načinjen tako da njegova magnetska otpornost zavisi od pravca koje ima posmatrano magnetsko polje.



Kao posledica toga, induktivnost statorskog namotaja se prostoperiodično menja između maksimalne vrednosti  $L_{\max}$  i minimalne vrednosti  $L_{\min}$ :

$$L_S(\theta_m) = \frac{L_{\max} + L_{\min}}{2} + \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2} \cdot \cos(2 \cdot \theta_m).$$

Statorski namotaj se napaja iz kontrolisanog izvora strujom  $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega_i \cdot t)$ , pri čemu je  $\omega_i > 0$ . Rotor se obrće konstantnom brzinom  $\Omega_m = d\theta_m / dt$ , u smeru suprotnom od smera kazaljke na satu ( $\Omega_m > 0$ ), tako da se ugao  $\theta_m(t)$  prikazan na slici menja po zakonu  $\theta_m(t) = \Omega_m \cdot t - \delta$ , pri čemu je  $\delta$  položaj rotora u trenutku  $t = 0$ . Podrazumevajući stacionarni radni režim:

- Izvesti izraz za trenutnu vrednost momenta,  $m(t)$  i na osnovu toga odrediti uslov postojanja nenulte srednje vrednosti elektromagnetskog momenta.

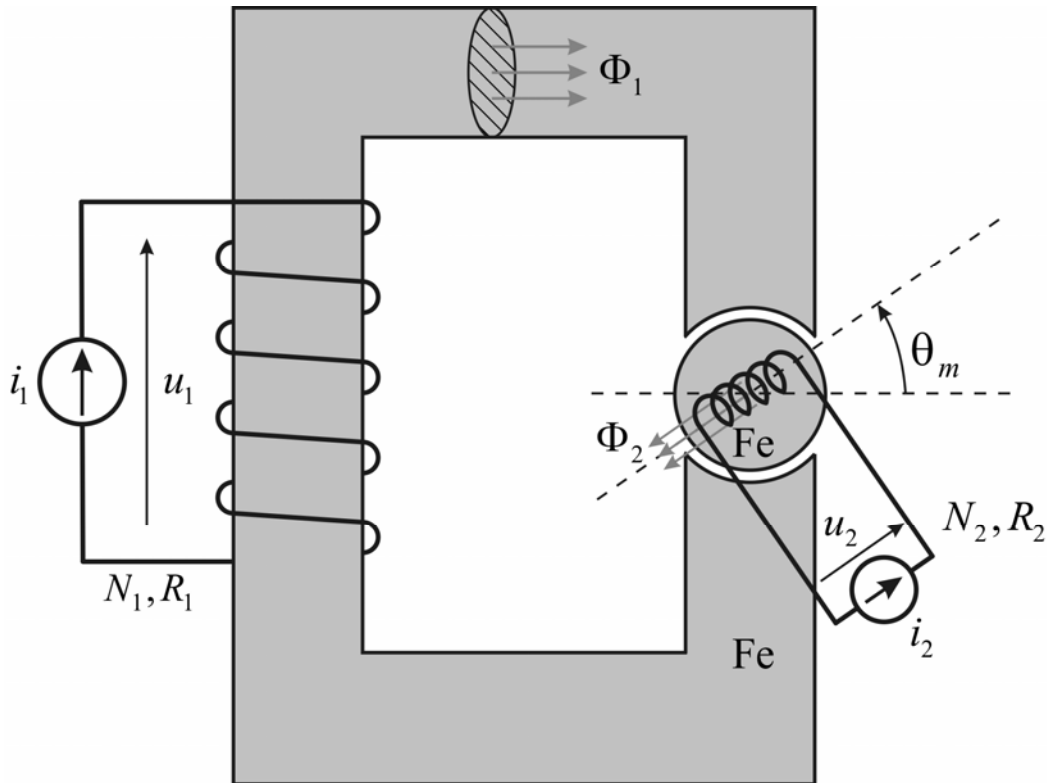
Ako se pretpostavi da su u analiziranom radnom režimu uspostavljeni uslovi postojanja nenulte srednje vrednosti elektromagnetskog momenta, odrediti:

- a) Srednju vrednost elektromagnetskog momenta,  $M_{sr}$ .
- b) Vremensku zavisnost napona na krajevima statorskog namotaja,  $u(t)$ .

- c) Srednju snagu elektromehaničkog pretvaranja,  $P_{em}$  i srednju snagu kontrolisanog izvora,  $P_{i,sr}$ .

#### 4. zadatak

Na slici je prikazan dvostrano napajani elektromehanički pretvarač.



Pokretni deo pretvarača (rotor) se obrće ugaonom brzinom  $\Omega_m = 50 \cdot \pi$  rad/s, u smeru suprotnom od smera kazaljke na satu. Namotaj na nepokretnom delu (statoru) se napaja iz kontrolisanog izvora prostoperiodičnom strujom:  $i_1(t) = 4 \cdot \cos(50 \cdot \pi \cdot t)$  [A], dok u namotaju rotora postoji konstantna struja  $i_2(t) = 10$  A. Sopstvene induktivnosti statorskog i rotorskog namotaja su konstantne i iznose, redom:  $L_1 = 0.1$  H i  $L_2 = 0.04$  H. Međusobna induktivnost između dva namotaja zavisi od položaja rotora na sledeći način:  $L_{12}(\theta_m) = 0.05 \cdot \sin(\theta_m(t))$ , gde je  $\theta_m$  ugao koji je prikazan na slici. Poznato je da u trenutku  $t=0$ , u kom započinje posmatranje ovog sistema, ugao  $\theta_m$  ima vrednost  $\theta_m(0) = \pi/3$ .

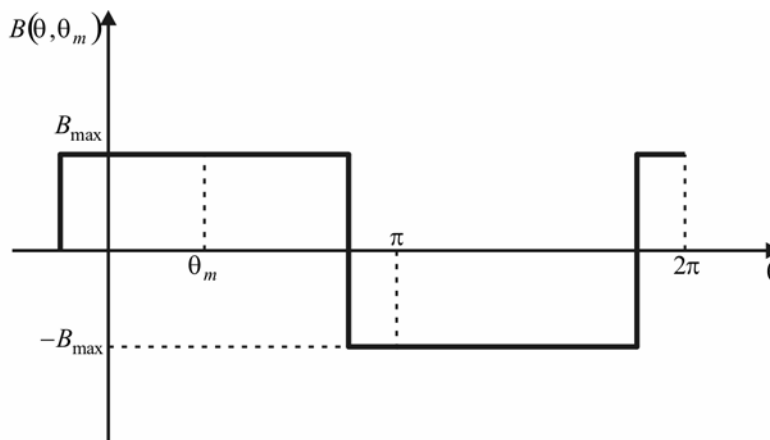
Otpornosti statorskog i rotorskog namotaja iznose, redom:  $R_1 = 1 \Omega$  i  $R_2 = 2 \Omega$ .

- Odrediti trenutnu vrednost elektromagnetskog momenta,  $m(t)$ , koji deluje na pokretni deo pretvarača.
- Odrediti srednju vrednost momenta,  $M_{sr}$ , kao i srednju vrednost snage elektromehaničkog pretvaranja,  $P_{em}$ .

- c) Odrediti trenutnu vrednost napona na krajevima statorskog namotaja,  $u_1(t)$ .
- d) Odrediti srednju vrednost snage koja se preko statorskih priključaka predaje pretvaraču,  $P_{i,sr}$ .

## **5. zadatak**

Cilindrična mašina, dužine  $L$ , se sastoji od pokretnog dela (rotora) i nepokretnog dela (statora). Rotor je napravljen od permanentnog magneta (slika 2, slika 3) čiji je prečnik,  $D$ , mnogo veći od širine vazdušnog zazora,  $\delta$ . Kao posledica dejstva permanentnog magneta na rotoru, u zazoru se ima magnetska indukcija čija je raspodela po obimu zazora prikazana na slici 1.

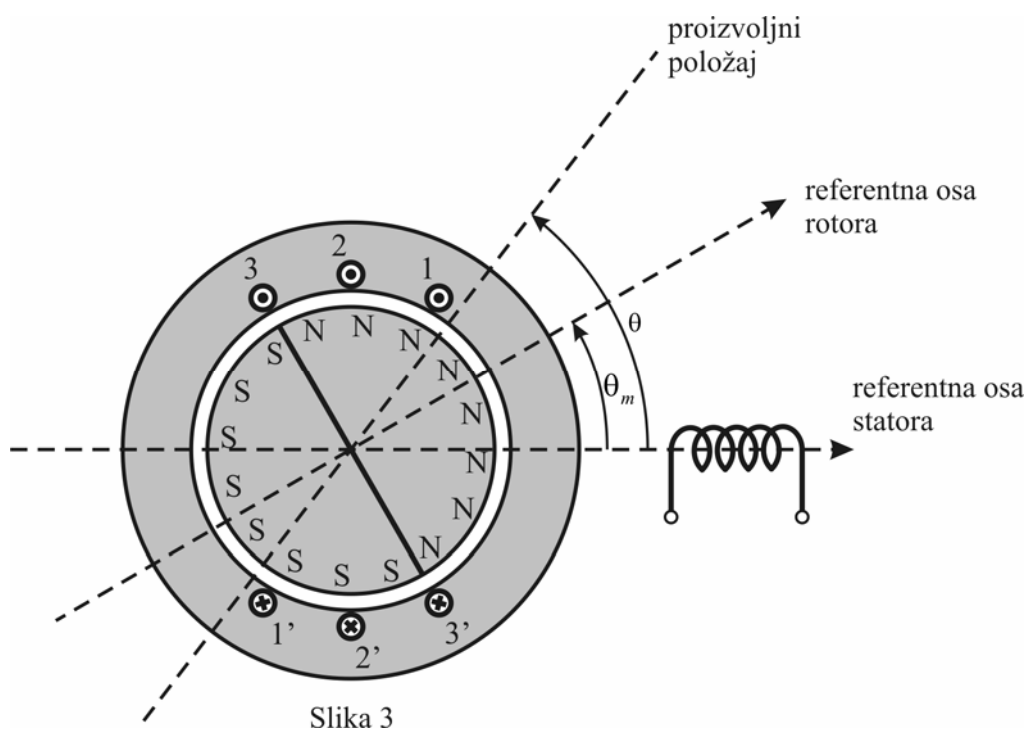
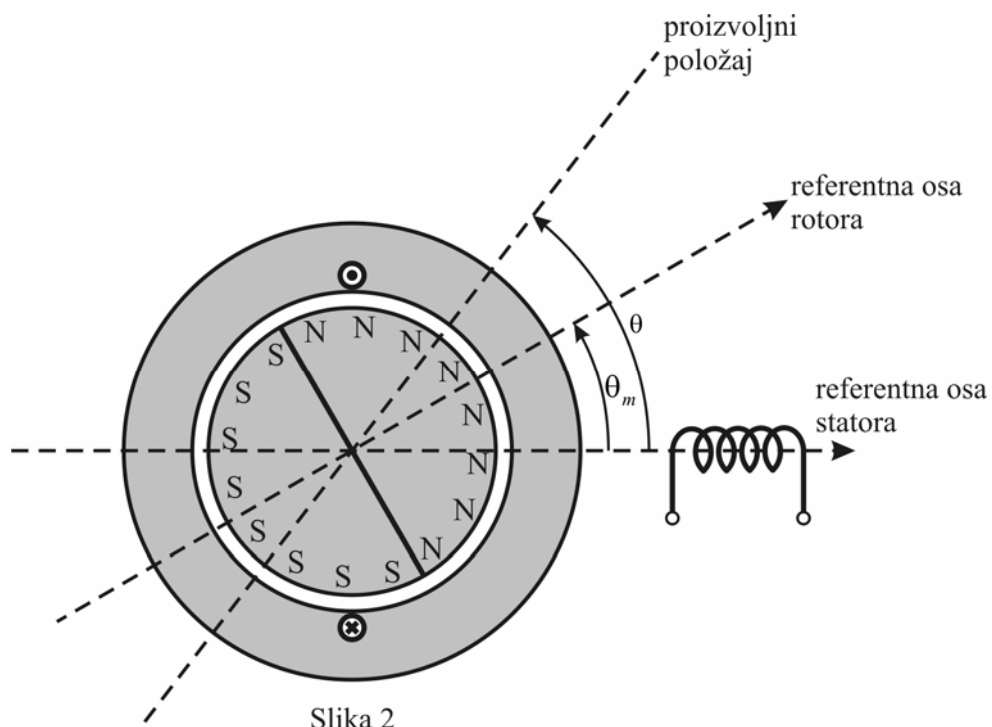


Slika 1

Rotor se obrće konstantnom brzinom  $\Omega_m$  u smeru suprotnom od smera kazaljke na satu. Na statoru se nalazi namotaj koji se sastoji od:

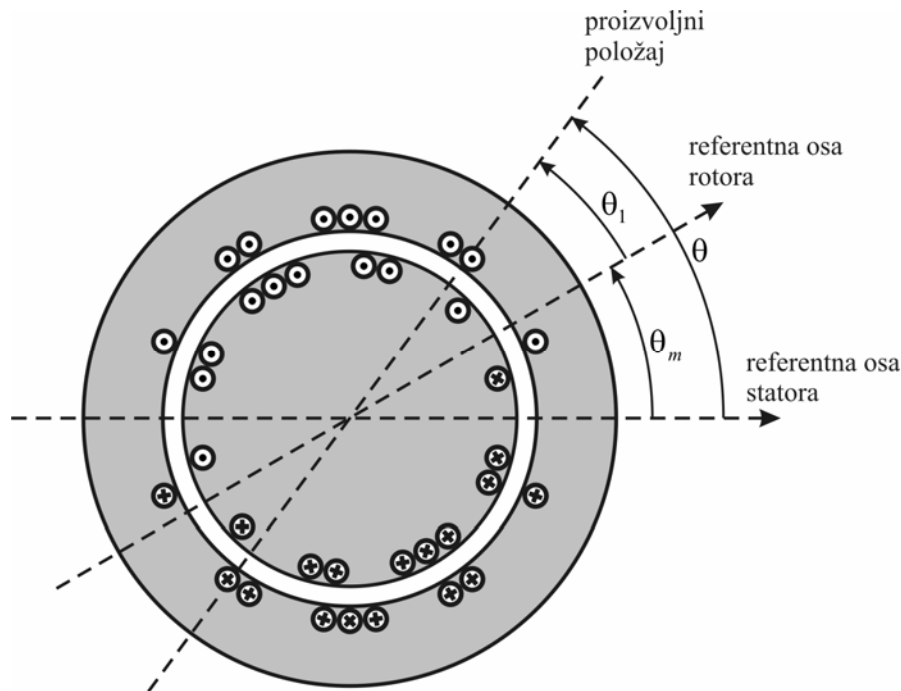
- a) Jednog navojka (slika 2).
- b) Tri redno vezana navojka, međusobno pomerena za  $30^\circ$  (slika 3).

Priključci statorskog namotaja su otvoreni (ima se nulta vrednost statorske struje). Pretpostavljajući da je položaj rotora u početnom trenutku  $\theta_m(t=0)=0$ , odrediti i nacrtati vremensku promenu elektromotorne sile indukovane u statorskom namotaju,  $e(t)$ , na vremenskom intervalu koji odgovara jednom obrtaju rotora.



## 6. zadatak

Cilindrična mašina dužine  $L$ , sa rotorom čiji je prečnik  $D$  znatno veći od vazdušnog zazora  $\delta$  između statora i rotora, poseduje jedan namotaj na rotoru u kome postoji konstantna struja  $I_r$ . Provodnici ovog namotaja su distribuirani po obimu mašine tako da se podužna gustina provodnika (t.j. broj provodnika po jedinici dužine duž obima cilindrične površine koja deli rotor i vazdušni zazor) može modelovati kao  $N'_r(\theta_1) = N'_{r,\max} \cdot \sin(\theta_1)$ , gde je  $\theta_1$  ugaono rastojanje posmatrane tačke od ose rotorskog namotaja. Pored rotorskog, mašina poseduje i statorski namotaj čiji su priključci otvoreni. Permeabilnost feromagnetskog materijala od kojeg je načinjeno magnetsko kolo statora i rotora se može smatrati beskonačno velikom. Pretpostaviti da u zazoru postoji samo radialna komponenta polja te da se tangencijalna komponenta u svemu može zanemariti.



- a) Odrediti izraz za prostornu raspodelu magnetske indukcije u zazoru,  $B(\theta, \theta_m)$ , u funkciji ugaonog pomeraja  $\theta_m$  koji se ima između osa rotorskog i statorskog namotaja. Zatim odrediti magnetsku energiju,  $W_m$ , akumulisanu u zazoru i na osnovu toga **proceniti** maksimalni moment,  $M_{\max}$ , koji ovakva mašina može da razvije.
- b) Ako se statorski namotaj sastoji od provodnika koji su sinusoidalno distribuirani po obimu statora tako da se njihova podužna gustina može modelovati kao  $N'_s(\theta) = N'_{s,\max} \cdot \sin(\theta)$ , gde je  $\theta$  ugaono rastojanje posmatrane tačke od ose statorskog namotaja, odrediti indukovanu kontraelektromotornu silu u ovom namotaju,  $e(\theta_m, \Omega_m)$ , u funkciji brzine obrtanja i položaja rotora.

## **7. zadatak**

Za generator jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom dati su sledeći podaci:

- nominalni napon na priključnim krajevima armaturnog namotaja generator  $U_{\text{nom}} = 220 \text{ V}$ ,
- nominalna struja generatora  $I_{\text{nom}} = 50 \text{ A}$ ,
- otpornost armaturnog namotaja  $R_a = 0.4 \Omega$ ,
- otpornost pobudnog namotaja  $R_p = 12 \Omega$ ,
- nominalni napon pobudnog namotaja  $U_{p,\text{nom}} = 24 \text{ V}$ .

Brzina obrtanja se smatra konstantnom i jednakom nominalnoj. Uticaj reakcije indukta (magnetopobudne sile i fluksa rotora) na pobudni fluks se zanemaruje, kao i svi gubici osim snage gubitaka u namotajima. Smatra se da je pri datom režimu rada magnetsko kolo generatora nezasićeno (linearno).

Odrediti:

- a) Napon generatora pri struji opterećenja  $I_G = 20 \text{ A}$ .
- b) Dodatnu otpornost  $\Delta R_p$  koju treba uključiti u kolo pobude generatora, da bi se pri struji  $I_G = 20 \text{ A}$  imao nominalni napon na potrošaču.

## **8. zadatak**

Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ima sledeće nominalne podatke:

- nominalnu mehaničku snagu  $P_{\text{nom}} = 22 \text{ kW}$ ,
- nominalni napon  $U_{\text{nom}} = 220 \text{ V}$ ,
- nominalnu brzinu  $n_{\text{nom}} = 1500 \text{ o/min}$ ,
- nominalnu struju  $I_{\text{nom}} = 105 \text{ A}$ ,
- otpornost namotaja indukta  $R_a = 0.1 \Omega$ .

Smatrati da je fluks u mašini jednak nominalnom, kao i da su od značaja isključivo gubici u armaturnom namotaju, dok se preostala snaga gubitaka može zanemariti.

- a) Odrediti i nacrtati mehaničku karakteristiku motora  $n_m(M_{em})$ .
- b) Za koliko je potrebno smanjiti napon na priključnim krajevima motora,  $\Delta U_a$ , da bi pri brzini  $n_1 = 900 \text{ o/min}$ , moment bio jednak nominalnom momentu.



## **9. zadatak**

Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ima sledeće nominalne podatke:  $U_{\text{nom}}=110\text{ V}$ ,  $I_{\text{nom}}=10\text{ A}$ ,  $\Omega_{\text{nom}}=250\text{ rad/s}$ ,  $U_{P,\text{nom}}=25\text{ V}$ . Takođe je poznata otpornost armaturnog namotaja,  $R_a=1\ \Omega$ , otpornost statorskog (pobudnog) namotaja,  $R_p=50\ \Omega$ , broj navojaka statorskog namotaja (1 navojak = 2 provodnika)  $N_p=10$  i broj provodnika na rotoru  $N_R=20$ . Motor je dvopolni ( $p=1$ , statorsko magnetsko kolo ima jedan severni i jedan južni glavni pol). Rotorski namotaj je tako formiran da obrazuje jedan par paralelnih grana ( $a=1$ , ukupno dve paralelne grane između četkica A i B). Smatrajući da je u nominalnom radnom režimu magnetsko kolo mašine linearno, kao i da se svi gubici osim snage gubitaka u namotaju mogu zanemariti:

- a) Odrediti vrednost nominalnog momenta,  $M_{\text{nom}}$ .
- b) Odrediti vrednost induktivnosti pobudnog namotaja,  $L_p$ .

## **10. zadatak**

Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ima nominalne podatke:  $U_{\text{nom}}=220\text{ V}$ ,  $I_{\text{nom}}=20\text{ A}$ ,  $\Omega_{\text{nom}}=150\text{ rad/s}$ . Otpornost namotaja indukta je  $R_a=2\ \Omega$ . Ovaj motor je nominalno napajan, nominalno pobuđen i pokreće opterećenje koje je konstantno (ne zavisi od brzine) i iznosi  $M_m=6\text{ Nm}$ . Zanemarujući pad napona na četkicama, gubitke u gvožđu mašine, gubitke usled trenja i ventilacije i reakciju indukta:

- a) Odrediti i nacrtati prirodnu mehaničku karakteristiku motora  $M_{em}(\Omega_m)$ . Izračunati i na njoj naznačiti vrednosti brzine praznog hoda  $\Omega_0$  i polaznog momenta  $M_P$ . Za radni režim opisan u uvodu zadatka izračunati brzinu obrtanja rotora  $\Omega_1$  koja se ima pri zadatom opterećenju.
- b) Ukoliko se napon napajanja promeni na vrednost  $U_a=0\text{ V}$  (slučaj koji odgovara kratkom spajanju priključaka A i B rotora), odrediti brzinu  $\Omega_2$  koju će imati motor u novom stacionarnom stanju. U  $M$ - $\Omega$  ravni prikazati rezultujuću mehaničku karakteristiku motora i na njoj označiti dobijenu radnu tačku. Za novo stacionarno stanje odrediti snagu elektromehaničkog pretvaranja  $P_{em}$ .