РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕМ, 2014

<u>Скраћени запис решења и резултат 1. задатка</u>

У трајном раду са двоструким оптерећењем достигао би се пораст температуре четири пута већи од дозвољеног. Гранична температура се достиже по истеку t_1, где је $1 - \exp(-t_1/\tau_T) = ¼$. Тако се добија да је $t_1 = 17.26$ s.

<u>Скраћени запис решења и резултат 2. задатка</u>

(2.1) Сопствена индуктивност статорског намотаја се одређује из израза $L_S = \Psi^S(I_S)/I_S$ у случају где је $I_R=0$. Струја I_S ствара радијалну компоненту магнетске индукције у ваздушном зазору $B^S(\theta) = \mu_0 D N_{Sm} I_S \sin(\theta)/(2\delta)$. Флукс у једном навојку статорског намотаја је:

$$\Phi^S(\theta) = \int_{\theta}^{\theta+\pi} B^S(\xi)\cdot L\cdot\frac{D}{2}d\xi = \frac{\mu_0\cdot L\cdot D^2\cdot I_S}{2\cdot\delta}\cdot N_{Sm}\cdot\cos(\theta). \quad => \quad \Phi_{Sm1}\cos(\theta)$$

Укупан флукс статорског намотаја је:

$$\Psi^S = \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\Phi^S(\theta)\cdot N_S^{'}(\theta)\cdot\frac{D}{2}d\theta = \frac{\mu_0\cdot\pi\cdot L\cdot D^3\cdot N_{Sm}^2\cdot I_S}{8\cdot\delta}.$$

Сопствена индуктивност статорског намотаја је $L_S = 98.696$ [H].

(2.2) Сопствена индуктивност роторског намотаја Према условима задатка, магнетске отпорности на путу статорског и роторског флукса су једнаке. Магнетско поље је радијално, тако да све линије поља, било да су последица статорске или роторске струје, излазе из ротора и улазе у статор. У условима где се намотаји представљају идеализованим плаштом лоцираним на самој површини ротора/статора, све линије поља једновремено обухватају и статорски навојак и роторски навојак, па је услед $L_S = N_S^2/R_\mu$, као и $L_R = N_R^2/R_\mu$, $L_R = L_S\,(N_R/N_S)^2 = 24.674$ [H]. Напомена, у потпуности је прихватљиво и решење у коме се понављају кораци из дела (2.1), овог пута за роторски намотај.

(2.3) Међусобна индуктивност статорског и роторског намотаја

На исти начин као и под (2.2), вршна вредност међусобне индуктивност статорског и роторског намотаја је $L_m = L_S\,(N_R/N_S) = 49.348$ [H], односно $L_m = \mathrm{sqrt}(L_S L_R) = 49.348$ [H].

<u>Скраћени запис решења и резултат 3. задатка</u>

У устаљеном стању је $M_{em} = M_m$. Механичка карактеристика МЈСС је дата изразом $\Omega = \Omega_0 - M_{em}/S$, где је $\Omega_0 = U_{AB}/(k_e\Phi) = U_{nom}/(k_e\Phi)$ брзина празног хода а $S = k_e k_m \Phi^2/\Sigma R = k_e k_m \Phi^2/R_a$ стрмина механичке карактеристике. Будући да је $M_m = 0{,}001\Omega^2 = M_{em}$, брзина обртања у устаљеном стању се добија решавањем квадратне једначине $(0.001/S)\,\Omega^2 + \Omega - \Omega_0 = 0$.

Одређивање Ω_0 и S тражи да се најпре одреди отпорност R_a, флукс машине Φ као и коефицијенти $k_e = k_m = N_R/(2\pi) = 31.831$. Флукс Φ је једнак производу површине једног пола (LW) и магнетске индукције у зазору. При магнетопобудној сили побудног намотаја $N_P I_P$, индукција је $B = \mu_0\,(N_P I_P)/(2\delta) = 1.508$ T, тако да је $\Phi = 0.0603$ Wb. Укупна отпорност арматурног намотаја је $R_a = 2R_B + (N_R/4)R_{R1} = 0.7$ Ohm. Дакле, $S = 5.2663$, $\Omega_0 = 114.5833$. Решавањем квадратне једначине и усвајањем позитивног решења добија се брзина обртања од 112,2 [rad/s].

<u>Скраћени запис решења и резултат 4. задатка</u>

Седми хармоник расподеле $B(\theta,\theta_m)$ се може представити изразом $B_7(\theta,\theta_m) = B_{m7}\cos(7\theta-7\theta_m-\varphi_7)$. Електромоторна сила $e_7\otimes$ у проводнику $\otimes$ је $e_7\otimes = B_m R\,\Omega_m L\cos(7\cdot 0-7\theta_m-\varphi_7)$. Проводник $\odot$ је померен за $2\pi/3$. Зато је електромоторна сила $e_7\odot$ у проводнику $\odot$ једнака $e_7\odot = B_m R\,\Omega_m L\cos(7\cdot 2\pi/3-7\theta_m-\varphi_7)$. Фазни померај између посматраних електромоторних сила је $7\cdot 2\pi/3$, односно $14\pi/3$, то јест $+2\pi/3$. Дакле, $e_7\otimes$ и $e_7\odot$ имају једнаке амплитуде, док је њихов фазни померај једнак $2\pi/3$.

Решење типа 1 - Фазорски приступ: Електромоторна сила индукована у навојку који сачињавају посматрани проводници је $e_7 = e_7\otimes - e_7\odot$, дакле, одузимају се два фазора померена за $2\pi/3$, односно, сабирају се два фазора померена за $\pi/3$. Збир два фазора једнаке амплитуде и помераја од $\pi/3$ има амплитуду једнку двострукој висини једнакостраничног троугла чије су странице једнаке амплитуди једног фазора. Дакле, електромоторна сила навојка e_7 има амплитуду која је $\sqrt{3}$ пута већа од амплитуде седмог хармоника индуковане електромоторне силе проводника $\otimes$ и једнака је 25.98V.

Решење типа 2 - коришћење израза за cos(a) - cos(b) = 2 sin(a/2+b/2) sin(b/2-a/2), електромоторна сила $e_7 = e_7\otimes - e_7\odot$ се може изразити у следећем облику,
$e_7 = e_7\otimes - e_7\odot = B_m R \Omega_m L\cdot[\cos(7\theta_m+\varphi_7)-\cos(14\pi/3-7\theta_m-\varphi_7)] = 2\cdot B_m R\Omega_m L\cdot\sin(7\pi/3)\cdot\sin(7\pi/3-7\theta_m-\varphi_7)$, одакле је $e_7 = \sqrt{3}\cdot B_m R\Omega_m L\cdot \sin(7\pi/3-7\theta_m-\varphi_7)$.

Скраћени запис решења и резултат 5. задатка

Електромагнетски моменат је једнак $M_{em} = \mathrm{d}W_m/\mathrm{d}\theta_m$, где је W_m укупна енергија магнетског поља у ваздушном зазору а θ_m положај ротора. Радијалне компоненте магнетског поља у зазору, у положају на угаоном отклону θ од хоризонталне осе су $H^S = J_{S0}R\sin(\theta)/\delta = J_{S0}D\sin(\theta)/(2\delta)$ односно $H^R=J_{R0}R\sin(\theta-\theta_m)/\delta=J_{R0}D\sin(\theta-\theta_m)/(2\delta)$. Густина магнетске енергије у зазору је $w_m= (\mu_0/2)(H^S+H^R)^2 = (\mu_0/2)\,(D/2/\delta)^2\,[J_{S0}\sin(\theta)+J_{R0}\sin(\theta-\theta_m)]^2$. Интеграцијом $w_m(\theta-\theta_m)\,\mathrm{d}V$ од 0 до 2π, уз $\mathrm{d}V=L(D/2)\delta\,\mathrm{d}\theta$, добија се да је енергија магнетског поља

$W_m = \frac{\mu_0 D^3 L\pi}{16\delta}\left[J_{S0}^2+J_{R0}^2+2\cdot J_{S0}\cdot J_{R0}\cdot\cos\left(\theta_m\right)\right]$, тако да је електромагнетски моменат једнак

$$M = -\frac{\mu_0 D^3 L\pi}{8\delta}J_{S0}\cdot J_{R0}\cdot\sin\left(\theta_m\right).$$

(1) Моменат се не може увећавати смањивањем ваздушног зазора. Уз непромењене струје статорског и роторског плашта, дошло би до магнетског засићења у магнетском колу, тако да претпоставка $H_{Fe} = 0$, на којој је заснована анализа и добијени израз више не би била одржива.
(2) Зазор се не може значајније умањити из разлога механичке природе. Потребно је елиминисати ризик додира између покретног ротора и непокретног статора.

Скраћени запис решења и резултат 6. задатка

До решења је могуће доћи на више начина. Тражи се приближна процена. Не постоји јединствено решење. Решење зависи од приступа и усвојених претпоставки. Наведена су два приступа али се позитивно оцењују и друга добро образложена решења.

Прво решење: Ослањајући се на резултате и изразе из претходног задатка, узимајући да је $J_{S0}=J_{R0}$ и уважавајући околност да је моменат највећи у условима када је $\sin(\theta_m)=1$ и $\cos(\theta_m)=0$, бројна вредност момента у [Nm] се може изједначити са W_m у [J]. Вршна вредност густине енергије простопериодично расподељеног поља у зазору је $w_{mm} = B_1^2/(2\mu_0)$, па је средња вредност $w_{msr} = B_1^2/(4\mu_0)$ (средња вредност функције $\sin(\theta)^2$ је 1/2). Будући да је запремина зазора $V=\pi D L\delta$, $M_{em} = w_{mr}V = \pi D L\delta\, B_1^2/(4\mu_0)$

Друго решење: Максимални износ магнетске енергије акумулисане у зазору постоји у случају да је у свим тачкама ваздушног зазора магнетска индукција једнака +/- B_1. Тада је $W_m = V B_1^2/(2\mu_0) = \pi D L\delta\, B_1^2/(2\mu_0)$. Моменат се може проценити као $M_{em} = 2W_m/(2\pi) = 2\pi D L\delta\, B_1^2/(2\mu_0)/(2\pi) = D L\delta\, B_1^2/(2\mu_0)$.

Време залетања: се може одредити из једнакости $J\Delta\Omega= TM_{em}$ где је $\Delta\Omega$ промена брзине а J инерција. За цилиндрични, хомогени ротор, $J= mR^2/2= mD^2/8$, па је $T=J\Delta\Omega/M_{em}$. Коначан израз за време залетања се добија увођењем израза за моменат из првог (другог) решења у израз $J\Delta\Omega/M_{em}$.